

**Tracé des cartes**  
**(Histoire Mondiale)**  
**Patrice HENRIO**  
**Sylvain LAVALLEY**

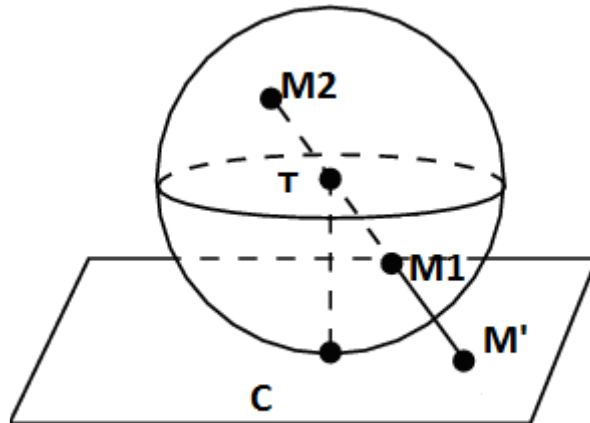
## Algorithme du tracé des cartes dans le logiciel histoire.

Je considère la terre comme une sphère de rayon 1. Chaque point est repéré par sa longitude et sa latitude exprimées en degrés décimaux. L'origine des latitudes est l'équateur, celle des longitudes est le méridien de Greenwich. Soit un point sur la surface du globe et le plan tangent à la terre en ce point, je projette les points de la terre sur ce plan : j'utilise une projection gnomonique ([http://fr.wikipedia.org/wiki/Projection\\_gnomonique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Projection_gnomonique)).

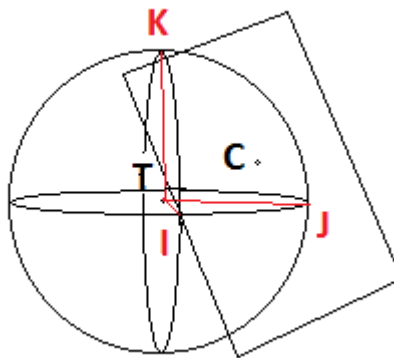
Si T est le centre de la terre, C le point central qui détermine le plan tangent, M1 un point quelconque de la terre, alors le projeté de M1 est le point M' intersection de la droite TM1 et du plan de tangence.

Deux points diamétralement opposés de la terre ont même projeté, cette représentation n'est donc valable que sur la demi-sphère contenant C et de grand cercle parallèle au plan.

Plus on s'éloigne du point central C, plus le dessin est déformé. Donc pour limiter cette déformation on s'en tient à des points suffisamment proches de C (30° autour de C).



On munit l'espace dans lequel évolue la terre d'un repère orthonormé  $Tijk$ , avec  $i$  est le vecteur  $TI$ , où  $I$  est le point d'intersection de l'équateur et du méridien de Greenwich (longitude=latitude=0°),  $j$  est le vecteur  $TJ$ , où  $J$  est le point de l'équateur de longitude 90°Est,  $k$  est le vecteur  $TK$  où  $K$  est le pôle Nord. Ce trièdre est direct.



Si M a pour coordonnées dans ce repère  $(x,y,z)$ , c'est-à-dire  $\mathbf{OM} = x*\mathbf{i} + y*\mathbf{j} + z*\mathbf{k}$  et pour coordonnées géographiques  $(\lambda, \theta)$  où  $\lambda$  est la longitude et  $\theta$  la latitude. On a alors

$$x = \cos(\lambda) * \cos(\theta)$$

$$y = \sin(\lambda) * \cos(\theta)$$

$$z = \sin(\theta)$$

Et dans l'autre sens (avec bien sûr  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ )

$$\lambda = \arctan(y/x)$$

$$\theta = \arcsin(z)$$

(on doit bien entendu discuter les valeurs suivant les signes respectifs de  $x, y, z$ )

Soit  $C(\lambda\theta, \theta\theta)$

On commence par faire tourner le globe terrestre d'un angle  $\lambda_0$  autour de l'axe Oz pour amener le point C sur le méridien 0. On a un nouveau repère  $Oi'j'k'$ . Le point M a comme coordonnées  $(x',y',z')$  dans ce repère.

$$x' = x \cdot \cos(\lambda_0) + y \cdot \sin(\lambda_0)$$

$$y' = -x \cdot \sin(\lambda_0) + y \cdot \cos(\lambda_0)$$

$$z' = z$$

On fait basculer ensuite le globe pour amener le point C sur l'équateur (rotation d'angle  $\theta_0$  autour de  $j'$ ). On a un nouveau repère  $Oi''j''k''$ . Le point M a comme coordonnées  $(x'',y'',z'')$  dans ce repère.

$$x'' = x' \cdot \cos(\theta_0) + z' \cdot \sin(\theta_0)$$

$$y'' = y'$$

$$z'' = -x' \cdot \sin(\theta_0) + z' \cdot \cos(\theta_0)$$

Dans le plan considéré au début, on prend le repère  $Cj''k''$  pour lequel la projection de M a pour coordonnées  $(X',Y')$

$$X' = y''/x''$$

$$Y' = z''/x''$$

On retrouve ces formules sur ce site par exemple :

<http://mathworld.wolfram.com/GnomonicProjection.html>

Dans le programme on utilise un calcul matriciel. La matrice qui permet de passer de  $(x,y,z)$  à  $(x'',y'',z'')$  ne dépend que du point C. Cette matrice est

$$\begin{array}{ccc} \cos(\lambda_0) \cos(\theta_0) & \sin(\lambda_0) \cos(\theta_0) & \sin(\theta_0) \\ -\sin(\lambda_0) & \cos(\lambda_0) & 0 \\ -\cos(\lambda_0) \sin(\theta_0) & -\sin(\lambda_0) \sin(\theta_0) & \cos(\theta_0) \end{array}$$

Cette matrice est unitaire (composée de deux rotations) donc son inverse est sa transposée, ce sera utile de le savoir pour retrouver les coordonnées géographiques correspondant à un point du plan. La carte est sur l'écran, l'origine des abscisses et des ordonnées n'est donc pas au milieu mais en haut à gauche avec un axe des ordonnées dirigé vers le bas. De plus on a dit que pour un zoom égal à 1, la carte correspond à  $30^\circ$  autour de C.

Nous aurons besoin dans la suite des calculs (comme indiqué dans le lien cité ci-dessus) de la formule qui donne la distance angulaire entre deux points de coordonnées  $(\lambda_1, \theta_1)$  et  $(\lambda_2, \theta_2)$ . Soit  $\alpha$  cet angle, alors

$$\cos(\alpha) = \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\cos(\lambda_1 - \lambda_2) + \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)$$

Un territoire est déterminé par un ensemble de points  $M_i$  de coordonnées géographiques  $\lambda_i, \theta_i$ . C'est donc le périmètre d'un polygone. Ces points sont suffisamment proches l'un de l'autre pour que le dessin reste cohérent (la distance angulaire entre deux points consécutifs est toujours inférieure à  $0,003$  rd soit  $0,18^\circ$ ). Comme on l'a signalé, pour que le dessin ne soit pas trop déformé, on va se restreindre aux points « assez » proches du centre.

La carte est ramené à un carré de côté la longueur du rectangle dans lequel s'inscrit la carte. Si la largeur est plus grande que la hauteur on prendra la largeur comme côté du carré sinon on prendra la hauteur. On détermine les coordonnées géographiques du point projeté dans le coin en haut à gauche de l'écran : on trouve  $(\lambda_1, \theta_1)$ . On calcule le cosinus de la distance angulaire entre le centre et ce point soit  $\cos(\alpha)$ . Tout point dont la distance angulaire au centre aura un cosinus inférieur à  $\cos(\alpha)$  sera hors de la carte.

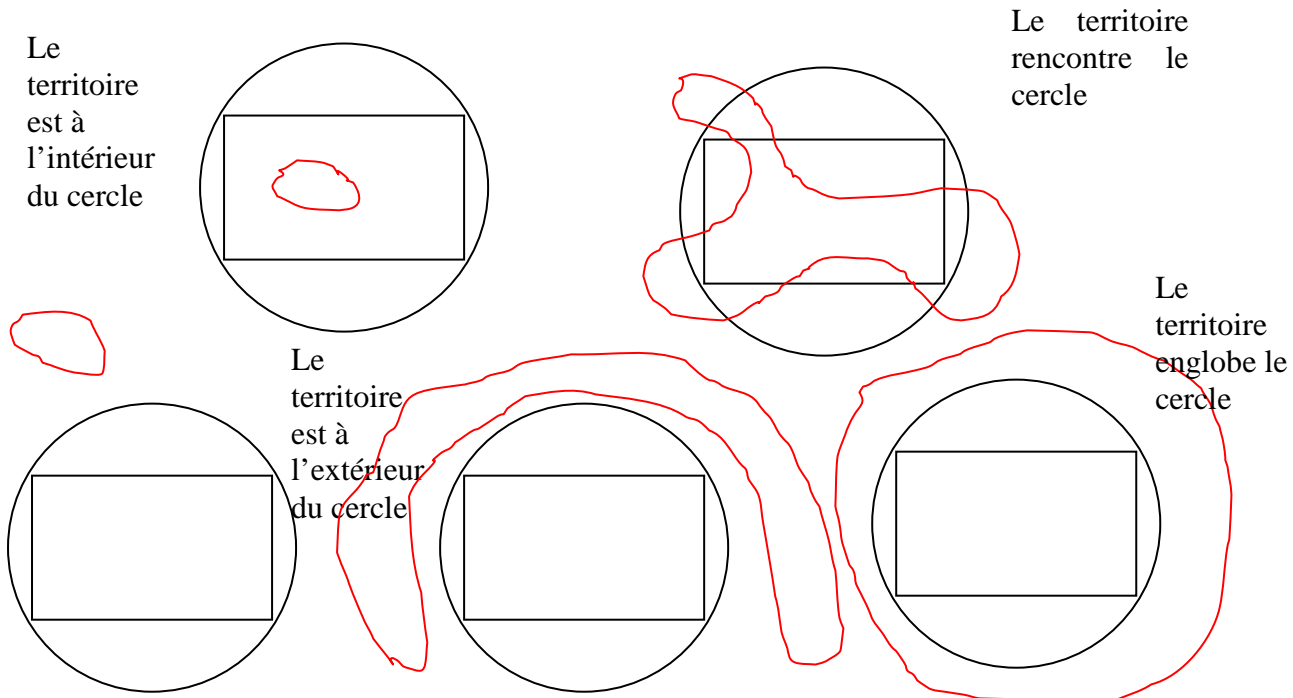
On va même plus loin : pour chaque territoire on a calculé la moyenne des latitudes et des longitudes ce qui donne un point qui est en quelque sorte « l'isobarycentre » du territoire, on note I ce point. On a calculé aussi le cosinus de la distance angulaire de I à chacun des points du territoire et on a pris le minimum de ces valeurs qui correspond à un certain  $\cos(\beta)$ . Le cosinus étant décroissant sur l'intervalle  $[0^\circ-180^\circ]$  et aucun des territoires considérés ne pouvant avoir une distance angulaire supérieure à  $180^\circ$ , on est sûr que le cercle de centre I et de rayon angulaire  $\beta$  recouvre entièrement le territoire.

Si la distance angulaire entre cet isobarycentre et le centre du plan C est supérieur à  $\alpha + \beta$ , alors on est certain que le territoire considéré n'a aucun point sur l'écran. Malheureusement la réciproque n'est pas vraie et il est possible que la propriété précédente soit fausse et que cependant aucun point du territoire ne

figure sur la carte. Cela nous imposera dans certains cas de figures à calculer une fonction pour déterminer si un point est à l'intérieur ou à l'extérieur d'un polygone.

Le calcul de  $I$  et de  $\cos(\beta)$  est fait une fois pour toutes et stocké dans les propriétés du territoire (et dans la base de données bien sûr).

Pour un territoire donné quatre cas peuvent donc se produire : il est entièrement sur la carte (plus exactement à l'intérieur du cercle de centre  $C$  et d'angle  $\beta$ ), il coupe ce cercle, il est à l'extérieur de ce cercle, ou il englobe le cercle.



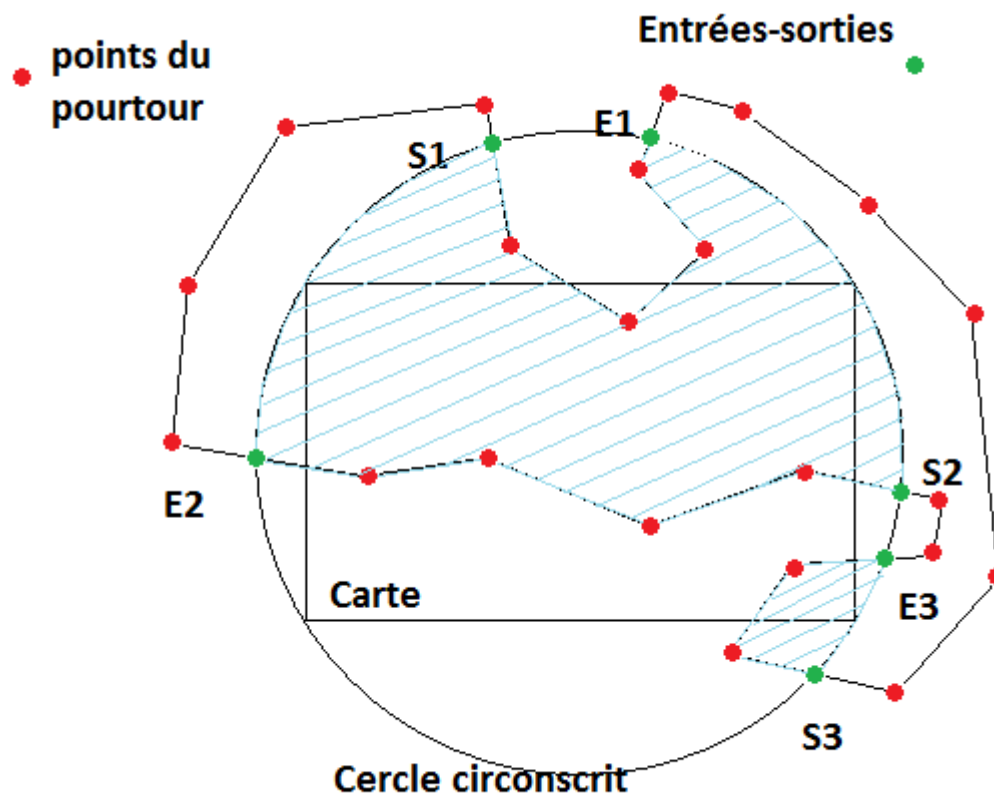
1 - S'il est à l'intérieur du cercle, tous les points sont projetés et on dessine le polygone résultant.

2 - Si le territoire et le cercle ont des points communs sans être inclus l'un dans l'autre, cela signifie que certains points du territoire sortent du cercle et d'autres rentrent. J'appelle entrée-sortie ces couples de points : pour toute entrée il y a une sortie et réciproquement, attention cependant il se peut qu'un point soit en même temps une entrée et une sortie. On commence par déterminer les points à tracer (la projection de ceux qui sont assez proches) ainsi que les entrées et les sorties. Ce sont des points du plan tangent.

A partir d'une entrée on ajoute les points à tracer suivants jusqu'à ce que l'on arrive à une sortie. A partir de cette sortie, on parcourt le cercle dans le sens direct jusqu'à trouver une entrée. Si c'est l'entrée de départ on a fini pour cette partie, sinon on continue alors avec les points à tracer à partir de cette entrée. Lorsque l'on est revenu au point de départ, le pourtour est bouclé. Si on n'a pas épuisé les points à tracer, on prend la première sortie disponible et on recommence l'opération. Le territoire est ainsi composé de un ou plusieurs polygones.

3, 4 - Les cas où le territoire est extérieur au cercle ou englobe le cercle sont traités au même niveau : cela signifie que le cercle ne coupe pas le territoire et donc que le nombre de points à tracer est nul. Mis à part le cas vu ci-dessus qui donne une condition pour savoir si le territoire est complètement à l'extérieur du cercle (dessin en bas à gauche), il nous faut déterminer si le centre de la carte est à l'intérieur ou non du territoire. Si oui, alors tout le cercle fait partie du territoire. Sinon le territoire est extérieur. Attention il est tout à fait possible que le centre de la carte soit proche du centre du territoire et que cependant ces deux entités n'aient aucun point commun : par exemple si le centre de la carte se trouve en Méditerranée et que le zoom est assez grand, aucun point de l'Eurasie ne sera dans le cercle.

La fonction qui détermine la position du centre de la carte par rapport au territoire est la somme des angles  $M_iCM_{i+1}$ , où  $M_i$  sont les points du territoire. Si cette somme est nulle, le centre est en dehors du territoire, et le territoire est en dehors de la carte, si cette somme vaut  $2\pi$  alors le centre est à l'intérieur et c'est tout le cercle qui est à l'intérieur du territoire. La valeur de cette somme ne peut-être que 0 ou  $2\pi$  car le territoire est parcouru dans le sens direct et qu'il ne comporte pas de boucle.



Les points du contour initial sont en rouge. On détermine les entrées-sorties (en vert) et on les numérote. On parcourt la figure dans le sens direct. On commence par E1 et on rejoint S1 en suivant les points rouges. Puis en restant sur le cercle on rejoint E2. On relie ensuite les points rouges jusqu'à S2. Quand on tourne dans le sens direct sur le cercle, la prochaine entrée trouvée est celle de départ. On a donc fini pour cette partie du pourtour. Il reste une entrée-sortie E3-S3. On commence à E3 et on ajoute les points jusqu'à S3. On parcourt le cercle dans le sens direct et on retrouve E3. Cette partie est refermée aussi. Il n'y a plus d'entrées-sortie, on en a fini avec ce territoire qui se compose de deux polygones.

### Algorithme 1 : détermination des points à tracer

‘Les points sont obtenus à partir d’un flux.

‘Pour traiter le dernier point il faut mémoriser le premier

PremierPoint = premier point du flux

PointCourant = PremierPoint

Tant que le flux n’est pas épuisé

    PointSuivant = point suivant dans le flux

    Suivant les cas

        Cas PointCourant dans le cercle et PointSuivant dans le cercle

            Ajouter la projection de PointCourant aux points à tracer si celle-ci est distincte de la projection du point précédent

        Cas PointCourant dans le cercle et PointSuivant hors du cercle

            Rem : PointCourant est une sortie

            Ajouter la projection de PointCourant aux points à tracer si celle-ci est distincte de la projection du point précédent

            Définir la sortie comme intersection du segment [pointCourant,PointSuivant] et du cercle

            Ajouter la projection de la sortie aux points à tracer

            Marquer ce point comme une sortie

        Cas PointCourant hors du cercle et PointSuivant dans le cercle

            Rem : PointCourant est une entrée

            Définir l’entrée comme intersection du segment [pointCourant,PointSuivant] et du cercle

            Ajouter la projection de l’entrée aux points à tracer

            Marquer ce point comme une entrée

        Cas PointCourant hors du cercle et PointSuivant hors du cercle

            Rien à faire

    Fin Suivant

    PointCourant = PointSuivant

Fin Tant que

Rem : Traitement du dernier point

PointSuivant = PremierPoint

Suivant les cas

    Cas PointCourant dans le cercle et PointSuivant dans le cercle

        Ajouter la projection de PointCourant aux points à tracer si celle-ci est distincte de la projection du point précédent

    Cas PointCourant dans le cercle et PointSuivant hors du cercle

        Rem : PointCourant est une sortie

        Ajouter la projection de PointCourant aux points à tracer si celle-ci est distincte de la projection du point précédent

        Définir la sortie comme intersection du segment [pointCourant,PointSuivant] et du cercle

        Ajouter la projection de la sortie aux points à tracer

        Marquer ce point comme une sortie

    Cas PointCourant hors du cercle et PointSuivant dans le cercle

        Rem : PointCourant est une entrée

        Définir l’entrée comme intersection du segment [pointCourant,PointSuivant] et du cercle

        Ajouter la projection de l’entrée aux points à tracer

        Marquer ce point comme une entrée

    Cas PointCourant hors du cercle et PointSuivant hors du cercle

        Rien à faire

Fin Suivant

## Algorithme 2 : détermination du tracé

Tant qu'il y a des entrées-sorties

    Déterminer la première entrée-sortie non traitée

    Répéter

        Ajouter l'entrée au contour

        Ajouter les points à tracer jusqu'à la prochaine sortie

        Ajouter la sortie

        Rechercher la prochaine entrée en tournant sur le cercle dans le sens direct

        Si cette entrée est celle du départ

            le parcours est refermé

            Ajouter ce contour à l'ensemble des contours

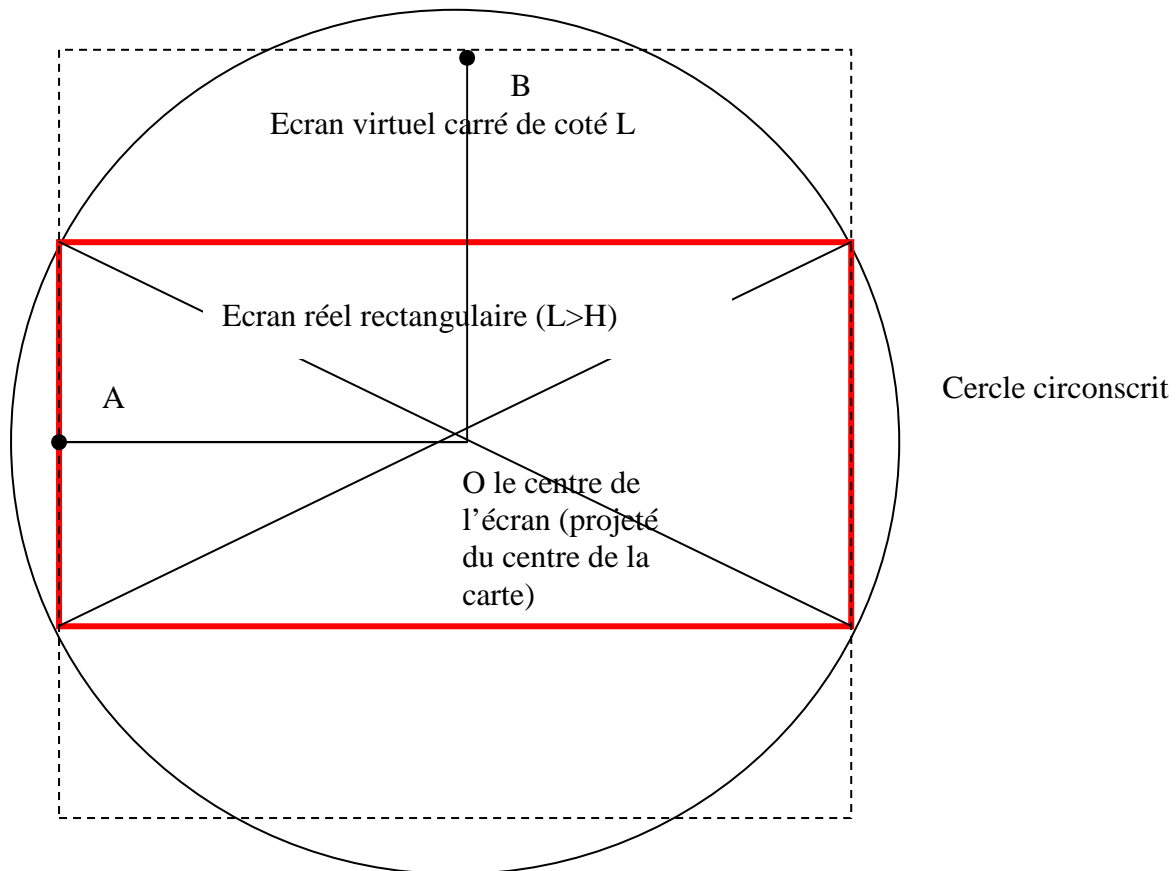
        Fin Si

    Jusqu'à ce que le contour soit refermé

Fin Tant que

## Discussion sur le passage du plan tangent à l'écran

Les coordonnées du projeté du point M sont calculées dans un plan centré en C. Nous devons ramener ce plan d'une part avec une origine en haut à gauche de l'écran et d'autre part de telle façon que lorsque le zoom vaut 1 alors le cercle circonscrit à l'écran correspond à un angle de  $30^\circ$ . Tout d'abord en général l'écran est rectangulaire mais pour ne pas déformer l'image de la terre, on considérera un écran virtuel carré dans lequel s'inscrit l'écran réel. Soit H et L la hauteur et la longueur du panneau sur lequel est dessiné la terre, alors si H est supérieur à L on considérera le carré de côté H de même centre que le panneau et si L est supérieur à H on prendra L comme côté. On ne change rien si on suppose que le centre se trouve à la longitude et la latitude 0.



On appelle  $x,y$  les coordonnées dans le plan tangent à la terre et  $X,Y$  les coordonnées du même point à l'écran. On passe de  $(x,y)$  à  $(X,Y)$  par une transformation affine. Donc il existe  $a,b,c$  et  $d$  vérifiant

$$\mathbf{X} = \mathbf{ax} + \mathbf{b}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{cy} + \mathbf{d}$$

Les pixels sur les écrans sont disposés à intervalle régulier de la même manière horizontalement que verticalement, par conséquent  $a=c$ . En effet le segment horizontal d'extrémités  $(x,0)$  et  $(x+1,0)$  a pour longueur 1. Dans le repère de l'écran il aura pour longueur  $a$ . De même le segment vertical d'extrémités  $(0,y)$  et  $(0,y+1)$  a aussi pour longueur 1. Dans le nouveau repère il a pour longueur  $c$  et comme il doit avoir la même longueur que le segment précédent cela nous amène à  $|a|=|c|$

Comme l'axe horizontal de l'écran est dans le même sens que les graduations des longitudes (valeurs croissantes vers la droite) alors  $a$  est positif. L'axe vertical de l'écran est inversé par rapport aux latitudes (valeurs croissantes vers le bas pour l'écran, vers le Nord pour les latitudes) la valeur de  $c$  est négative. Donc

$$\mathbf{a} = -\mathbf{c} \text{ avec } \mathbf{a} > 0$$

Le point de coordonnées  $(0,0)$  dans le premier repère a pour coordonnées  $(L/2, H/2)$  dans l'écran. Donc

$$\mathbf{b} = \mathbf{L}/2$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}/2$$

Comme la longueur de l'écran réel est sa largeur, le point A de coordonnées  $(0, H/2)$  correspond au point terrestre de coordonnée  $(30^\circ \text{ Ouest}, 0^\circ \text{ Nord})$  soit  $\lambda = -30$  et  $\theta = 0$ . Si l'écran (je devrais dire le panneau contenant la carte) avait une hauteur plus grande que sa largeur, c'est le point B que l'on prendrait avec les coordonnées  $(L/2, 0)$  et le point terrestre  $(0^\circ, 30^\circ \text{N})$ . Comme on a considéré le centre à l'intersection de l'équateur et du méridien de Greenwich, la matrice de changement de base dans l'espace est la matrice unité. Par conséquent on a

$$\mathbf{x}'' = \cos(30^\circ)$$

$$\mathbf{y}'' = \sin(-30^\circ)$$

$$\mathbf{z}'' = 0$$

d'où dans le plan centré en O

$$\mathbf{x} = -\tan(30^\circ)$$

$$\mathbf{y} = 0$$

Et sur l'écran on a pour ce point

$$\mathbf{X} = 0$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}/2$$

Ce qui nous donne  $\mathbf{a} = \mathbf{L}/(2 \tan(30^\circ))$

Dans le cas où  $H > L$ , le point B a pour coordonnées géographiques  $(0^\circ, 30^\circ)$  ce qui nous donne

$$\mathbf{x}'' = \cos(30^\circ)$$

$$\mathbf{y}'' = 0$$

$$\mathbf{z}'' = \sin(30^\circ)$$

d'où pour le plan centré en O

$$\mathbf{x} = 0$$

$$\mathbf{y} = \tan(30^\circ)$$

et sur l'écran

$$\mathbf{X} = \mathbf{L}/2$$

$$\mathbf{Y} = 0$$

Ce qui fait  $\mathbf{c} = -\mathbf{H}/(2 \tan(30^\circ))$

Bien entendu si on avait voulu avoir une fenêtre plus petite ou plus large on aurait choisi un angle plus petit ou plus grand que  $30^\circ$ . Ces valeurs ne dépendent que de la dimension du panneau d'affichage et de l'angle maximum que l'on veut représenter.

Dans le programme on note CoefftX ce nombre  $a$  et CoefftY le nombre  $-c$ . Bien que ces deux valeurs soient égales on garde les deux car cette égalité provient je le rappelle de l'identité des espaces inter-pixel en vertical et horizontal. Si ce n'était pas le cas il faudrait en tenir compte de la façon suivante

$$\frac{\text{CoefftX}}{\text{CoefftY}} = \frac{\text{nombre de pixels en horizontal pour 1 cm}}{\text{nombre de pixels en vertical pour 1 cm}}$$

On a donc

$$\text{CoefftY} = \text{CoefftX}$$

$$\text{CoefftX} = \text{Max}(H, L) / (2 * \tan(30^\circ))$$



$$\text{CoefftX} = \text{Max}(H,L) * \cos(30^\circ) / (2 * \sin(30^\circ))$$

Les formules générales de changement de point en considérant la valeur l de la loupe est

$$X = l * \text{CoefftX} * x + L/2$$

$$Y = -l * \text{CoefftY} * y + H/2$$

(Ne surtout pas oublier le signe – pour le calcul de Y, sinon le monde sera sens dessus-dessous). Plus la loupe est grande moins il y a de points géographiques représentés.

Considérons les formules inverses qui permettent de passer de l'écran au point géographique correspondant. Donc soit un point de l'écran de coordonnées (X,Y). On a donc

$$0 \leq X \leq L$$

$$0 \leq Y \leq H$$

On aura tout d'abord par un calcul élémentaire

$$x' = (X - L/2) / (l * \text{CoefftX})$$

$$y' = (H/2 - Y) / (l * \text{CoefftY})$$

Les coordonnées du point de l'espace dans le repère lié au centre de la carte

$$x'' = 1 / (\text{Racine carrée de } (1 + x'^2 + y'^2))$$

$$y'' = x' * x''$$

$$z'' = y' * x''$$

Nous l'avons dit plus haut la transformation qui passe du repère lié à l'équateur à celui lié au centre de la carte est unitaire et donc la matrice inverse est la transposée de celle d'origine.

$\cos(\lambda_0) \cos(\theta_0)$	$-\sin(\lambda_0)$	$-\cos(\lambda_0) \sin(\theta_0)$
$\sin(\lambda_0) \cos(\theta_0)$	$\cos(\lambda_0)$	$-\sin(\lambda_0) \sin(\theta_0)$
$\sin(\theta_0)$	0	$\cos(\theta_0)$

D'où les valeurs suivantes

$$x = \cos(\lambda_0) \cos(\theta_0) * x'' - \sin(\lambda_0) * y'' - \cos(\lambda_0) \sin(\theta_0) * z''$$

$$y = \sin(\lambda_0) \cos(\theta_0) * x'' + \cos(\lambda_0) * y'' - \sin(\lambda_0) \sin(\theta_0) * z''$$

$$z = \sin(\theta_0) * x'' + 0 * y'' + \cos(\theta_0) * z''$$

On rappelle que

$$x = \cos(\lambda) * \cos(\theta)$$

$$y = \sin(\lambda) * \cos(\theta)$$

$$z = \sin(\theta)$$

Donc si |z| est proche de 1 alors la latitude (θ) vaut ±90° selon le signe de z, dans ce cas la longitude est indéterminée et on choisit de prendre λ = λ<sub>0</sub>. C'est complètement arbitraire et n'importe quelle autre valeur aurait convenu.

Si |x| est proche de 0 alors la longitude vaut ±90° selon le signe de x, la latitude est alors arctang(z/y)

Dans les autres cas, la longitude est arctang(y/x) avec un ajout de 180° si x < 0. Si la longitude n'est pas dans l'intervalle ]-180°, 180°], on la ramène à cet intervalle via l'ajout ou le retrait de 360°. La latitude est arctang(cos(longitude)\*z/x)

Revenons à la notion de cercle circonscrit à l'écran. On obtient la distance angulaire du cercle terrestre correspondant en recherchant les coordonnées géographiques du coin en haut à gauche, celui de coordonnées (0,0) (en fait n'importe lequel des quatre coins peut convenir et on doit bien retrouver le même rayon ...).

Donc X = 0 et Y = 0, par conséquent

$$x' = -L / (2 * l * \text{CoefftX})$$

$$y' = H / (2 * l * \text{CoefftX})$$

Donc on notant Cx CoefftX et D la racine carrée de 4l²Cx²+L²+H²

$$x'' = (2 * l * Cx) / D$$

$$y'' = -L / D$$

$$z'' = H / D$$

On ne change pas ce rayon si on suppose que le point central est de longitude et latitude 0°, donc on a

$$x = \cos(\lambda) * \cos(\theta) = 2 * l * Cx / D$$

$$y = \sin(\lambda) * \cos(\theta) = -L / D$$

$$z = \sin(\theta) = H / D$$

La formule qui donne la distance angulaire entre le centre de la carte et le coin en haut à gauche (plus exactement le point géographique projeté dans ce coin) devient tout simplement  $\cos(\lambda) * \cos(\theta)$  (remplacer  $\lambda_0$  et  $\theta_0$  par 0), c'est-à-dire x et donc

**Valeur limite pour qu'un point apparaisse sur l'écran =  $2 * I * Cx / D$ .**

On rappelle qu'un point n'est pas sur l'écran si le cosinus de sa distance angulaire au centre est inférieur à cette valeur limite.

Ce qui donne un moyen plus rapide de le calculer.

## Traduction en java.

On trace une carte en tenant compte du fait que le panneau sur lequel ira le dessin est rectangulaire.

Les paramètres : la liste des terres, la liste des mers, la liste des fleuves, la liste des territoires à tracer, l'année, un booléen qui indique si les fleuves sont affichés, un booléen pour savoir si on affiche les méridiens et parallèles, le point central de la carte, la largeur de la carte, sa hauteur, la valeur du grossissement de la loupe, la couleur des mers, la couleur des terres, la couleur des fleuves, un contexte graphique, une instance de InfosTracerImage, elle permet de stocker certains calculs de points pour économiser du temps processeur en ne recalculant pas une deuxième fois ce qui vient d'être calculé.

Le filtrage géographique des données ne se fera que dans le dessin des diverses couches (il est inutile de filtrer les fleuves si on ne doit pas les dessiner). Le filtrage géographique consiste en l'opération décrite ci-après et qui correspond aux explications données au début de ce document. Deux points A et B sur la terre déterminent un angle entre eux,  $\text{angle}(AB)$  : soit T le centre de la terre, dans le triangle TAB,  $\text{angle}(AB)$  est l'angle opposé au segment AB. On s'intéresse au cosinus de cet angle. Il se calcule par la formule :

$$\cos(\text{angle}(AB)) = \cos(\text{lat}A) * \cos(\text{lat}B) * \cos(\text{long}A - \text{long}B) + \sin(\text{lat}A) * \sin(\text{lat}B).$$

Toute partie de la terre est décrite par un ensemble de points géographiques de coordonnées longitude et latitude exprimées en degrés décimaux. On détermine l'isobarycentre (I) de cet ensemble de points. Pour chaque point de l'ensemble, le calcul ci-dessus nous donne le cosinus de l'angle entre ce point et I. Le cosinus le plus faible correspond à l'angle le plus grand (alpha). Pour chaque point M on a

$$\text{angle}(MI) \leq \alpha \text{ car } \cosinus(MI) \geq \cos(\alpha).$$

J'appelle cosinus de l'ensemble des points cette valeur, je l'appelle aussi improprement distance. J'appelle angle du territoire l'angle alpha. La carte est une partie de la terre. On choisit comme centre non pas l'isobarycentre mais naturellement le centre de la carte (C). Le point en haut à gauche de la carte correspond à un point du globe (H), le cercle de centre C et passant par H recouvre la partie du globe représentée par la carte, on prend donc naturellement le cosinus de l'angle(CH) comme cosinus de la carte. L'angle(CH) est obtenu par la fonction arcCosinus. Soit maintenant un territoire de centre A et d'angle alpha, la carte de centre C et d'angle beta. Pour que le territoire et la carte aient des points en commun il faut que

$$\text{angle}(AC) \leq \alpha + \beta$$

Attention cependant, il ne s'agit que d'une condition nécessaire et pas suffisante. Cette condition peut être remplie et cependant le territoire et la carte n'ont aucun point en commun. C'est le cas en particulier si le territoire englobe la carte, ou s'il est en forme de croissant et que la carte est dans la partie évidée.

Pour le tracé d'une région, on commence par vérifier si elle est concernée par la carte (si elle a des points communs avec la carte. Son pourtour est une liste de points géographiques. On détermine les projections des points à l'intérieur du cercle englobant la carte. En même temps on détermine les points qui font que le tracé entre ou sort du cercle. On détermine ensuite à l'aide des projections (contours) des entrées et des sorties l'ensemble des polygones qui représentent la région sur la carte (un territoire d'un seul tenant peut se retrouver découpé en plusieurs polygones pour son tracé). Ce sont des points du plan, coordonnées X

et Y, origine du plan au centre de l'écran, axe des abscisses horizontal, orienté de gauche à droite, axes des ordonnées vertical, orienté de bas en haut. Enfin on change de repère du plan pour qu'il corresponde à l'écran et on dessine les polygones par les méthodes de dessin de swing (ou de AWT).

### **Dessin de la carte :**

on trace la carte couche par couche, le fond de la carte de la couleur des mers, les terres, les territoires, les mers, les fleuves si nécessaire, les méridiens et parallèles si nécessaire, les infos de chaque territoire.

### **Tracé des terres :**

On commence par filtrer les terres en éliminant celles qui ne peuvent avoir d'intersection avec la carte. Pour chaque terre restante on va déterminer une liste de polygones permettant de la représenter. On vérifie si le pourtour de la terre a déjà fait l'objet d'un calcul avec ce centre, cette loupe et les dimensions de la carte. Si c'est le cas on récupère ce calcul, sinon on construit la liste des polygones, on stocke ce calcul pour une utilisation future éventuelle. Enfin on dessine la terre en question sur l'image.

On fait la même chose pour les territoires, les mers, les fleuves.

### **Détermination des contours :**

On détermine les contours (une liste de polygones) à partir d'une liste de points.

On considère le cercle qui recouvre la région du globe représentées sur la carte (ce cercle est déterminé par la méthode rayonCarte à partir des dimensions de la carte et de la valeur de la loupe).

On va déterminer une liste de points du plan qui représentent la projection du contour sur le plan d'origine le centre de la carte. Pour chaque point du pourtour on regarde si celui-ci est dans le cercle ou non, ainsi que son successeur (le successeur du dernier point est le premier car le pourtour est fermé). On distingue quatre cas.

**Le point courant et son suivant sont dans le cercle :** on ajoute la projection du point courant à la liste des points (sous la condition que ce nouveau point du plan n'est pas identique au précédent).

**Le point courant est dans le cercle et le point suivant est en dehors :** le point suivant est une sortie du cercle, on ajoute la projection du point courant à la liste, on calcule l'intersection du cercle avec le segment [point courant, point suivant], on ajoute cette intersection à la liste, on crée une sortie avec ce point et on la stocke dans la liste des entrées et sorties.

**Le point courant est hors du cercle et le point suivant est dedans :** le point courant est une entrée dans le cercle, on calcule l'intersection du cercle avec le segment [point courant, point suivant], on ajoute cette intersection à la liste, on crée une entrée avec ce point et on la stocke dans la liste des entrées et sorties.

**Le point courant et le point suivant sont hors du cercle :** si tous les points sont dans ce cas, on crée un polygone dont les sommets sont les points de coordonnées X, Y avec X est la longitude des points du pourtour multipliée par 100 et Y la latitude multipliée par 100. Les longitudes sont ramenées à l'intervalle [-168 ;192] car aucun pourtour ne coupe le méridien 168° Ouest.

Une fois ce travail terminé pour chaque point du contour on a une liste de points du plan qui vont nous permettre de construire le contour. Si cette liste est vide on passe la liste des points obtenue par le dernier cas.

### **Construction des contours**

On détermine les contours à partir de la liste des points à tracer.

Si cette liste est vide on récupère la liste des points obtenue au cas 4 de la méthode précédente pour vérifier si le centre est à l'intérieur ou non du polygone défini par cette liste : si oui le pourtour renvoyé comprend les 4 coins de la carte, si non on renvoie un pourtour vide.

Dans le cas où la liste des points à tracer n'est pas vide, on regarde s'il y a des entrées/sorties du cercle. S'il n'y en pas on renvoie la liste des points à tracer en changeant l'origine du repère.

S'il y a des entrées/sorties on utilise l'algorithme 2.